

6. Sujets de devoirs maison

. DM03.A : Les Pythagoriciens et la racine carrée de 2

L'école pythagoricienne est une école philosophique de l'antiquité.

Fondée par Pythagore (580 - 490 avant Jésus-Christ),

elle dura neuf ou dix générations. L'enseignement pythagoricien était divisé en deux parties : une partie pour les acousmaticiens, les non initiés, et une pour les initiés, les mathématiciens. Cet enseignement était oral et secret. La transmission du savoir entre disciples était indissociable du respect des règles morales de la fraternité (philia) dans son ensemble : règle du silence, respect du grade d'initiation des disciples.

L'école pythagoricienne était ainsi une confrérie tant religieuse que scientifique.

Le calcul pythagoricien est avant tout une symbolique numérique. Chaque nombre est associé à une figure, d'où la restriction à l'étude des nombres entiers positifs :

1 représentait la divinité, 2 la femme, 3 l'homme, 10 la fraternité pythagoricienne...

Cette association nombre-figure a été le support d'une abstraction mathématique, car le nombre ne découlait plus de résultats d'applications mathématiques - financières, agricoles... - mais était par conséquent posé comme principe de connaissance.

Les lois qui régissent les nombres sont le noyau dur de la conception pythagoricienne des mathématiques, reconnue comme ésotérique et sectaire, où les nombres entiers sont censés représenter la nature tout entière. Cette catégorie de nombre devient une fin en soi, un principe immuable qui a vocation à expliquer toutes choses. Aristote rapporte que Pythagore aurait fait sienne la devise « Toute chose est nombre ».

Par "nombre", on entend ici des entiers naturels, ou des rapports entre entiers (fractions).

Mais qu'en est-il de la mesure de la diagonale d'un carré de côté 1 ?

Selon l'historien Diogène Laërce (III^e siècle), ce sont les pythagoriciens qui, cinq siècles avant J.C., ont découvert l'impossibilité de trouver une solution fractionnaire. Une valeur approchée de la solution ne convenant pas dans la formule de Pythagore, l'usage de la géométrie en arithmétique voit ses limites. Cette découverte doit rester secrète pour ne pas rompre le fondement même de la Fraternité : "Tout est nombre".

Jusqu'à ce qu'un des membres de la Fraternité, Hippase de Métaponte, trahisse le secret. L'historien et philosophe, Proclus (V^e siècle), déclara à ce sujet : « On dit que les gens qui ont divulgué les nombres irrationnels ont péri dans un naufrage jusqu'au dernier, car l'inexprimable, l'informe, doit être absolument tenu secret ; ceux qui l'ont divulgué et ont touché à cette image de la vie ont instantanément péri et doivent rester éternellement ballottés par les vagues. »

On cherche à démontrer que $\sqrt{2}$ n'est pas un nombre rationnel.

On raisonne *par l'absurde*, et on suppose que $\sqrt{2}$ peut s'écrire sous la forme d'une fraction *irréductible* $\frac{a}{b}$, où a et b sont des entiers naturels non nuls.

1. Montrer que $2b^2 = a^2$.
2. En déduire que a^2 est un nombre pair puis, en utilisant une propriété que chapitre 01, que a est pair.
3. Démontrer alors que b est pair.
4. Relever une contradiction, et conclure.

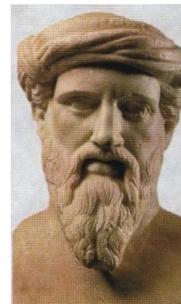


FIGURE 3.1 – Pythagore de Samos